

ETUDE TRIDIMENSIONNELLE DE LA SOUS-COUCHE VISQUEUSE DANS UNE VEINE RECTANGULAIRE PAR DES MESURES DE TRANSFERT DE MATIERE EN PAROI

BERNARD PY

Laboratoire de Mécanique, E.N.S.E.M., Institut National Polytechnique, B.P. 850. 54011 Nancy, France

(Reçu le 17 Avril 1972)

Résumé—Le transfert massique en paroi sur des micro-électrodes doubles permet d'obtenir les gradients pariétaux instantanés des composantes U et W de la vitesse sans introduire de perturbations. La composante $\partial U/\partial y$ est obtenue avec compensation de l'amortissement dû à la fréquence. Une étude de la structure de la sous couche visqueuse dans une veine bidimensionnelle est effectuée depuis la paroi jusqu'à la distance $y^+ = 0,6$. On détermine, outre les échelles intégrales et les microéchelles de corrélation, les valeurs efficaces des fluctuations de vitesse :

$$u' = 0,30 U_f y^+ ; w' = 0,115 U_f y^+ ; v' = 2,43 \frac{v}{A_{ux}} y^{+2} .$$

Les vitesses de propagation des perturbations ont été trouvées très supérieures aux locales. Elles sont fonction du nombre d'onde et indépendantes de la nature des perturbations et de leur fréquence. Les contraintes turbulentes apparaissent négligeables. Il est permis de penser que la sous-couche visqueuse réagit passivement aux perturbations de la couche de transition, excepté évidemment sur sa frontière.

	NOTATIONS		
A ,	aire de l'électrode;	$p(k, \omega)$,	coefficient de distribution de l'énergie, fonction du nombre d'onde et de la pulsation;
C ,	concentration;	Re ,	nombre de Reynolds;
C_0 ,	concentration de la solution loin des électrodes;	Re^+ ,	$Re - Re$ (transition); Re (transition) = 1350;
C_x ,	vitesse de propagation des perturbations;	$R_u(x, y, z, t)$,	coefficient de corrélation entre les fluctuations de U , en deux points séparés par les distances x, y, z , et décalées des temps t ;
d ,	hauteur de la veine rectangulaire;	S_x, S_z ,	valeurs fluctuantes de S_x, S_z ;
D ,	coefficient de diffusion;	S_x, S_z ,	gradients pariétaux de vitesse $(\partial U/\partial y)_{y=0}, (\partial W/\partial y)_{y=0}$;
J_w ,	échelle eulérienne de temps de la fluctuation u ;	t ,	temps;
k ,	valeur fluctuante du coefficient de transfert;	u, v, w ,	valeurs fluctuantes de U, V, W ;
k_{ux} ,	nombre d'onde de u , considéré dans la direction x ;	U, V, W ,	composantes de la vitesse selon x, y, z ;
K ,	coefficient de transfert;	U_f ,	vitesse de frottement, $\sqrt{(\tau_0/\rho)}$;
l ,	longueur de l'électrode;	x, y, z ,	espace dans le sens de l'écoulement, perpendiculairement à la paroi, dans le sens transversal;
n ,	fréquence;		
nF ,	produit par le nombre de Faraday du nombre de charges intervenant dans la réduction;		

A_{ux} , échelle intégrale de corrélation de u dans la direction x ;
 λ_{ux} , micro-échelle de corrélation de u dans la direction x ;
 ν , viscosité cinématique,
 ω , pulsation;
 $\psi(k, C_x)$, coefficient de distribution de l'énergie, fonction du nombre et de la vitesse de propagation des perturbations.

Indices

' , valeur quadratique moyenne, par exemple: $u' = \sqrt{\overline{u^2}}$;
 —, valeur moyenne dans le temps;
 $\langle \rangle$, module complexe;
 *, valeur normalisée par rapport aux paramètres de l'électrode
 $C^* = C/C_0$, $K^* = Kl/D$,

$$S_x^* = S_x l^2/D, \quad k^* = \frac{kl}{D}$$

$$\times \frac{1}{K^*}, \quad s_x^* = \frac{s_x l^2}{D} \times \frac{1}{S^*}$$

$$c^* = \frac{C^* - \bar{C}^*}{S_x^*/\bar{S}_x^*},$$

$$t^* = t \left(\frac{\bar{S}_x^2 D}{l^2} \right)^{\frac{1}{2}},$$

$$n^* = n/(\bar{S}_x^2 D/l^2)^{\frac{1}{2}}, \quad x^* = \frac{x}{l},$$

$$y^* = \frac{y}{l} \left(\frac{Sl^2}{D} \right)^{\frac{1}{2}},$$

+, Valeur normalisée par rapport aux paramètres de l'écoulement

$$t^+ = t \frac{\nu}{d^2} Re^+ \omega^+ = \omega \frac{d^2}{\nu} \frac{1}{Re^+},$$

$$x^+ = x/A_{ux}, \quad y^+ = y \frac{U_f}{\nu},$$

$$z^+ = z/A_{uz}, \quad k_{ux}^+ = k_{ux} A_{ux}$$

$$k_{uz}^+ = k_{uz} A_{uz}, \quad J_u^+ = J_u.$$

INTRODUCTION

IL A ÉTÉ mis en évidence par Fage et Townsend [1] que la sous-couche visqueuse est le siège de mouvements tridimensionnels. Pour les nombres

de Schmidt grands, Lin, Moulton et Putnam [2] ont du envisager l'existence d'une diffusivité turbulente qui contrôlerait le transfert jusqu'au niveau de la paroi. La plupart des modèles théoriques de turbulence concernant soit le transfert de matière aux nombres de Schmidt grands, soit la structure de la sous-couche visqueuse [3, 4], sont encore conjoncturels [5]. L'extrême petitesse des échelles rend malaisées les investigations expérimentales. C'est pourquoi d'autres méthodes que le fil chaud [6, 7] comme les visualisations [8-10], la photolyse [11], la polarographie [12] sont utilisées depuis peu. Nous résumerons dans un premier temps la méthode utilisée ici pour déterminer les composantes du gradient pariétal de vitesse, et examinerons ensuite les résultats.

1. PRINCIPE DES MESURES

On détermine le courant-limite de réduction sur une micro-électrode d'un composé oxydo-réducteur de concentration connue. Un fort excès d'électrolyte qui ne participe pas à la réaction neutralise le champ électrique et permet de faire en sorte que le courant reçu sur l'électrode et donc le coefficient de transfert de matière ne dépende que de la seule convection. Le champ de diffusion est limité à un domaine suffisamment proche de la paroi tel que les forces de viscosité prédominent et que l'équation de continuité puisse prendre la forme:

$$y \frac{\partial S_x}{\partial x} + y \frac{\partial S_z}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0. \quad (1)$$

Le courant reçu sur les micro-électrodes est relié au champ des concentrations par l'équation du bilan de matière

$$D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) = S_x y \frac{\partial C}{\partial x} + S_x y \frac{\partial C}{\partial z} + \frac{\partial C}{\partial t} \quad (2)$$

dans laquelle on a négligé les termes de transport dans la direction perpendiculaire à la

paroi. A cette équation sont associées les conditions aux limites :

$$C = C_0 \text{ loin de l'électrode}$$

$$C = 0 \text{ sur sa surface}$$

$$\frac{\partial C}{\partial y} = 0 \text{ sur la paroi inerte}$$

et la définition du coefficient de transfert :

$$K = \frac{D}{C_0 A} \iint_A - \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)_{y=0} dA = \frac{1}{C_0 A} \frac{i}{nF}. \quad (3)$$

L'équation tridimensionnelle [2] a été résolue par une méthode numérique aux différences finies [13]. Pour les valeurs de S^* que nous rencontrerons (10^3 - 10^7), le coefficient de transfert évolue comme :

$$K^* = 0,807 |S^*|^{\frac{1}{3}}. \quad (4)$$

Ont été déterminés également les coefficients de transfert K_1 et K_2 de chacune des demi-électrodes circulaires, électriquement indépendantes, telles que les représente la Fig. 1. Cette

même figure donne l'évolution du rapport $(K_1^* - K_2^*)/K^*$, ($K^* = K_1^* + K_2^*$) en fonction du sinus de l'angle θ formé par la direction de l'écoulement et de la frontière isolante rectiligne des électrodes. Les traits verticaux indiquent la dispersion maximale des résultats du calcul pour huit valeurs de S^* comprises entre 10 et 10^9 . Les valeurs expérimentales concernant des électrodes circulaires de tailles différentes et des électrodes doubles rectangulaires obtenues pour S^* compris entre 10^3 et 10^7 peuvent être comparées. On observe, aux erreurs de mesure près, que, dans tous les cas, $(K_1^* - K_2^*)/K^*$ est effectivement indépendant du gradient pariétal de vitesse. Ce terme ne dépend que de la géométrie des électrodes et de leur orientation. Pour les électrodes circulaires, l'accord avec les valeurs théoriques est bon. En mesurant simultanément la somme et la différence des courants reçus sur chaque partie de l'électrode on dispose donc de la possibilité de mesurer simultanément S_x et S_z . On peut vérifier aisément que pour de petites fluctuations s_x et s_z , celles-ci sont respectivement proportionnelles à la somme et à la différence des fluctuations de courant reçues sur chaque partie de l'électrode lorsque la ligne de séparation est orientée dans la direction moyenne de l'écoulement.

Si cette ligne frontière se trouve orientée perpendiculairement à la direction moyenne de l'écoulement la somme et la différence des fluctuations de courant sont toutes deux proportionnelles à s_x . En effet, on peut remarquer sur la Fig. 1 que, pour $\theta = 90^\circ$, $(K_1^* - K_2^*)/K^* = g$ où g est une constante indépendante du nombre de Reynolds et peu variable avec θ . Elle ne dépend que de la forme de l'électrode. L'électrode différentielle conserve alors pour les plus faibles valeurs du gradient pariétal de vitesse une évolution de la forme $K_1^* - K_2^* = 0,807 g S_x^{\frac{1}{3}}$.

En écoulement turbulent, le problème est plus complexe car la couche limite de concentration qui se développe sur l'électrode introduit un déphasage et un amortissement entre les fluctuations hydrodynamiques et les fluctuations

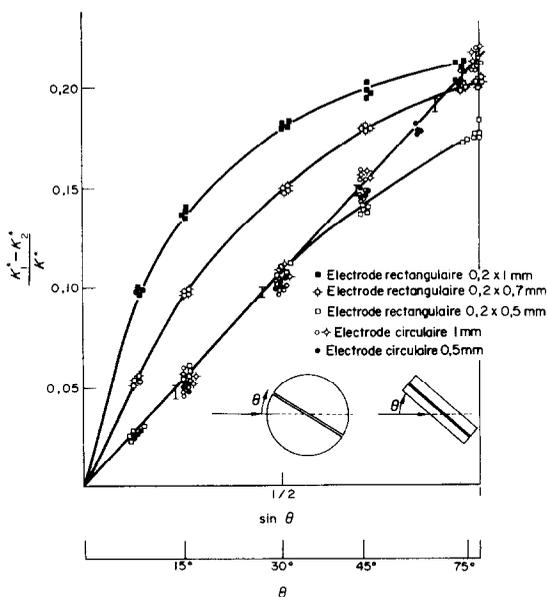


FIG. 1. Evolution de la sensibilité des sondes doubles à la direction de l'écoulement.

de transfert. En négligeant les termes de diffusion dans les sens longitudinaux et transversaux, le bilan de matière portant sur les fluctuations peut s'écrire :

$$\frac{\partial^2 c^*}{\partial y^{*2}} = y^* \frac{\partial \bar{C}^*}{\partial x^*} + y^* \frac{\partial c^*}{\partial x^*} + y^* \frac{\partial c^*}{\partial x^*} \times s_x^* + \frac{\partial c^*}{\partial t^*} + \frac{c^*}{s_x^*} \frac{\partial s_x^*}{\partial t^*} \quad (5)$$

On obtient pour réponse de la sonde :

$$\frac{k^*}{s_x^*} = \frac{\bar{S}_x^{*+1}}{\bar{K}^*} \int_0^1 \left(\frac{\partial c^*}{\partial y^*} \right)_{y=0} dx^* \text{ avec } \frac{\bar{K}^*}{S_x^*} \frac{1}{3} = \int_0^1 \left(\frac{\partial \bar{C}^*}{\partial y^*} \right)_{y=0} dx^* \quad (6)$$

La Fig. 2 (courbe A) représente la fonction de transfert $\langle k^* \rangle / \langle s_x^* \rangle = f(n^*)$ en module et en phase, lorsque s^* est une fonction harmonique de la fréquence de la forme $s_x^* = \langle s_x^* \rangle \exp(2\pi in^*t)$. Les valeurs ont été calculées en négligeant le terme non linéaire de [5] et en utilisant une

méthode explicite décrite par Stocchi [27]. Quelques valeurs ont été obtenues pour les amortissements grands, qui comportent l'effet du terme non linéaire dans (5), en simulant une évolution périodique pour s^* et en calculant la fonction d'intercorrélation $1/t^* \int_0^t s_x(n^*, t^*) \cdot k^*(n^*, t^* - \tau^*) dt^*$. Le temps de calcul numérique a été volontairement limité de telle sorte que les résultats concernant la fonction de transfert sont peu précis. Ils permettent cependant de montrer que la non linéarité introduit moins de 1,5 pour cent d'harmoniques dans la réponse lorsque $s^{*'} = 0,35$. L'hypothèse de linéarité paraît satisfaite lorsque S^* est supérieur à 10^3 .

Ces résultats sont applicables à une électrode différentielle bidimensionnelle, orientée dans la direction perpendiculaire à l'écoulement, en considérant que la partie amont constitue une électrode simple de longueur moitié de l'électrode complète. Il vient :

$$\varphi(n^*) = \frac{\langle k_1^* - k_2^* \rangle}{\langle s_x^* \rangle} = \frac{1}{g} \left[f\left(\frac{n^*}{2^{\frac{2}{3}}}\right) - f(n^*) \right] + f\left(\frac{n^*}{2^{\frac{2}{3}}}\right)$$

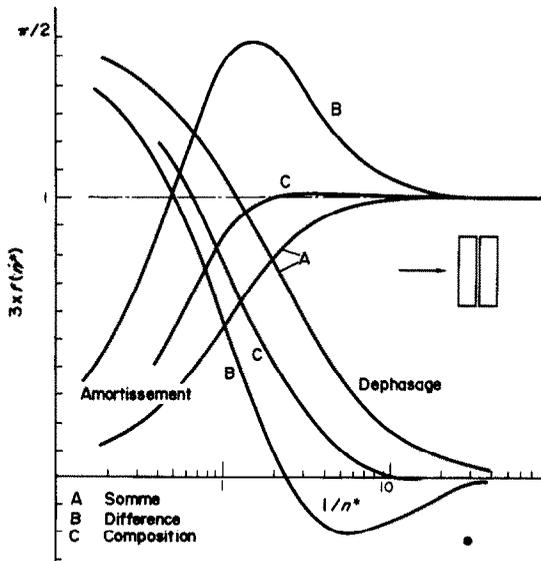


FIG. 2. Fonctions de transfert des fluctuations de gradient pariétal de vitesse, pour une électrode simple A, différentielle B, composite C.

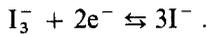
où $f(n^*)$ est la fonction de transfert de l'électrode complète. La Fig. 2 (courbe B) représente la nouvelle fonction de transfert $\varphi(n^*)$. On remarque que la réponse des sondes différentielles augmente avec la fréquence avant de s'amortir. Egalement, une addition de $\frac{2}{3}$ du signal "somme" A avec $\frac{1}{3}$ du signal "différence" B conduit au tracé de la courbe C. Cette composition permet d'obtenir une réponse sans distorsion sur une zone de fréquence plus élevée (de presque un ordre de grandeur de dix) que pour une électrode simple.

La connaissance exacte de la réponse d'une sonde réelle, c'est-à-dire tridimensionnelle, reste cependant inconnue. Nous avons admis que le modèle bidimensionnel reste valable pour les électrodes simples et les électrodes différentielles. Dans le cas des électrodes sensibles à l'écoulement transversal, du fait que celui-ci ne modifie

le champ des concentrations que sur la périphérie de l'électrode, nous avons admis que la fonction de transfert correspond à celle d'une électrode simple de dimension dix fois plus petite.

2. CONDITIONS EXPERIMENTALES

On dispose d'une veine rectangulaire de longueur 2400 mm, de section 200 mm, de hauteur 15 mm, réalisée en altuglass de 30 mm usiné et poli. Les sondes, constituées de rubans ou de fils de platine scellés en paroi, sont situés entre 1800 et 200 mm en aval du convergent. Le liquide polarographique est une solution d'iode (10^{-3} mole par litre) et d'iodure de potassium (100 gl^{-1}) maintenue à 25° C. L'iode diffuse vers les micro-cathodes affleurant en paroi sur lesquelles il se réduit selon la réaction :



Le nombre de Schmidt est voisin de 840. L'ensemble de la veine, du circuit de retour et de la pompe est réalisé en matériaux rigides, inertes, et isolants. Ceci permet de porter l'anode à un potentiel positif (+0,5 V) en maintenant les micro-cathodes à potentiel nul par l'intermédiaire d'amplificateurs opérationnels. Le traitement du signal est effectué en temps réel sur une calculatrice analogique réalisée dans ce but. A chaque type de mesure correspond un cablage différent. Les fonctions de corrélation spatio-temporelles ont été déterminées en temps réel à l'aide d'un corrélateur digital Intertechnique LB 10.

Les dimensions des électrodes sont comprises entre 1 et 0,1 mm. Une valeur typique de la distance jusqu'à laquelle est mesurée le gradient pariétal de vitesse est $y^+ = 0,80$ pour une électrode de diamètre 0,5 mm. Cette distance est pratiquement invariante avec le nombre de Reynolds. Elle est calculée comme étant l'épaisseur de la couche de diffusion au sens de Nernst (28).

3. GRADIENTS DE VITESSE PARIETAUX

La Fig. 3 représente, en fonction de Re ,

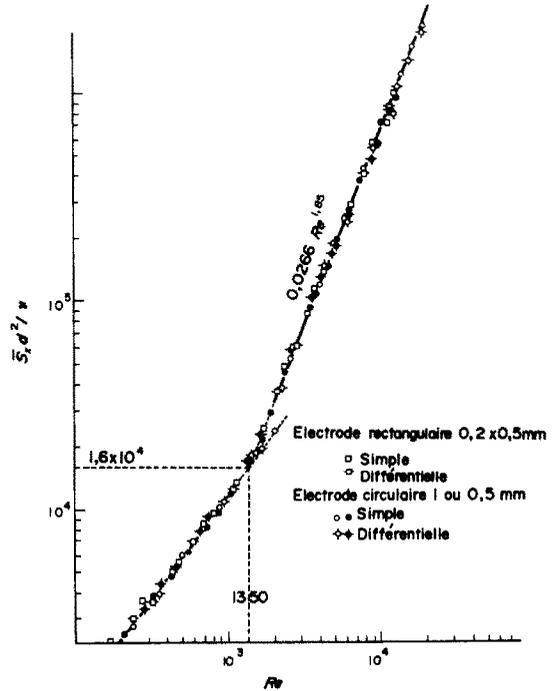


FIG. 3. Evolution du gradient pariétal moyen de vitesse en fonction du nombre de Reynolds dans un canal bidimensionnel.

l'évolution de $\bar{S}_x d^2 / \nu = (U_j d / \nu)^2$ calculé à partir du transfert de matière sur des électrodes simples ou différentielles de forme variées. L'accord est excellent entre les divers types d'électrodes et justifie les méthodes de mesure proposées plus haut en ce qui concerne les régimes de convection stationnaires. Les résultats généraux sont en accord avec ceux de Patel et Head [14] quant à la transition laminaire-turbulent et à l'évolution des coefficients de frottement. Il a été trouvé respectivement :

$$\frac{\bar{S}_x d^2}{\nu} = 12 Re \quad \text{pour l'écoulement laminaire}$$

$$\frac{\bar{S}_x d^2}{\nu} = 0,0266 Re^{1,85} \quad \text{en régime turbulent établi.}$$

La Fig. 4 rassemble les résultats concernant le taux de fluctuations de s_x pour des électrodes variées. Les valeurs reportées sont corrigées

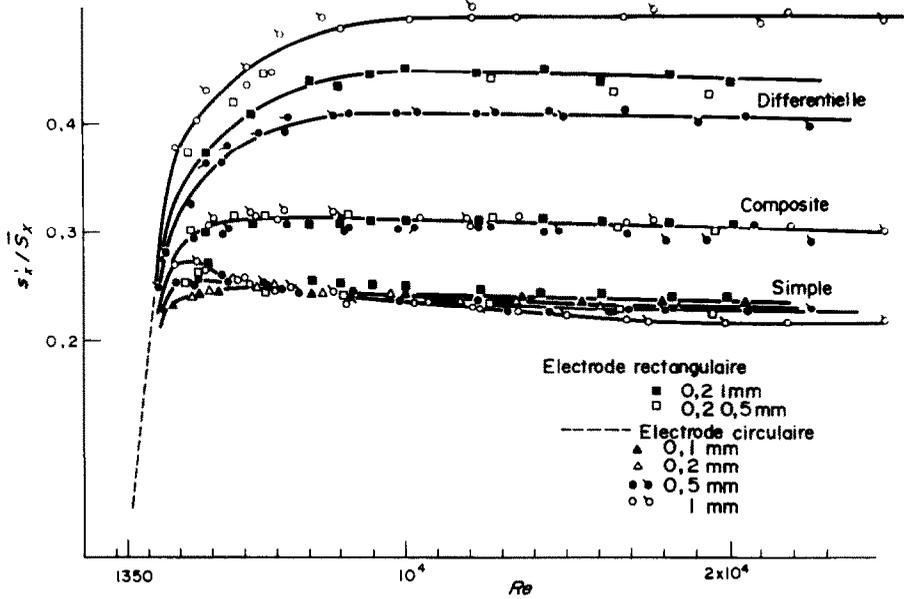


FIG. 4. Evolution comparée de la valeur efficace des fluctuations du gradient pariétal de vitesse U en fonction du nombre de Reynolds, pour des électrodes simples, différentielles, composées.

des effets d'écoulement non uniforme sur leur surface par une méthode proposée par Van Shaw et Hanratty [15] qui s'applique également aux électrodes différentielles. Elles n'ont subi aucune correction pour la réponse en fréquence. Les courbes supérieures correspondent aux

mesures effectuées avec les électrodes différentielles, les courbes inférieures avec les électrodes simples. Les valeurs intermédiaires sont relatives au signal composite. Du fait qu'en moyenne, n^* est compris entre 0,6 et 0,4, ces dernières valeurs ne nécessitent pas de correction. Le

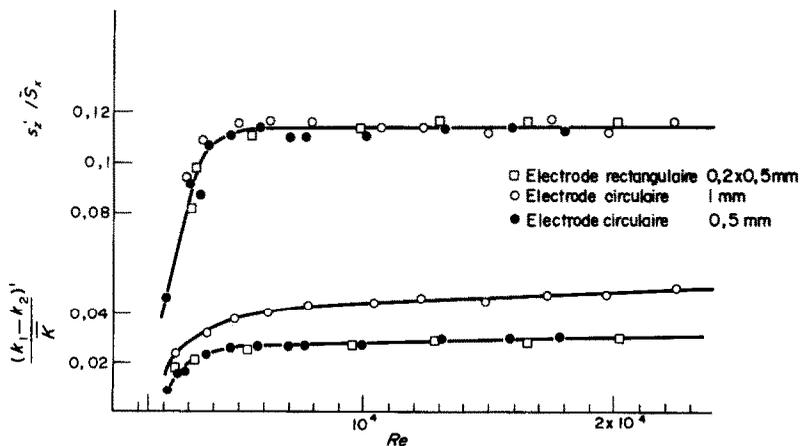


FIG. 5. Evolution comparée de la valeur efficace des fluctuations du gradient pariétal de la vitesse W en fonction du nombre de Reynolds pour divers types d'électrodes doubles.

taux de turbulence ainsi déterminé (30 pour cent) au voisinage de la paroi est identique à celui mesuré au fil chaud par Comte-Bellot [16] dans la frontière extérieure de la sous-couche visqueuse.

Sur la Fig. 5 sont reportées les fluctuations de la différence du transfert de matière sur des électrodes doubles orientées dans le sens de l'écoulement moyen. Après correction d'écoulement non uniforme et en fonction du gain propre à chaque électrode, les valeurs de s'_z/\bar{S}_x restent constantes autour de 11,5 pour cent ce qui correspond assez bien au maximum déterminé par Laufer [17] pour $y^* = 20$. Il paraît probable que w'/\bar{U} soit maximum en paroi de même que u'/\bar{U} , et que les mesures au fil chaud soient erronées en deçà de $y^+ = 20$. Signalons que des intensités de turbulence transversale en paroi de 0,09 ont été trouvées par Sirkar et Hanratty [18] en utilisant des électrodes rectangulaires dont l'orientation fait un angle petit avec la direction de l'écoulement. Comme il a été vérifié en faisant pivoter de telles électrodes, le modèle bidimensionnel de transfert proposé par ces auteurs conduit à des valeurs inférieures à celles observées. Les intensités de turbulence

transversales devraient être plus élevées de 20 à 30 pour cent.

4. ECHELLES DE CORRELATION

Les essais effectués concernent les quatre composantes du tenseur de corrélation que la méthode permet de déterminer aisément :

$$\begin{matrix} R_u(x, 0, 0) & R_w(x, 0, 0) \\ R_u(0, 0, z) & R_w(0, 0, z) \end{matrix}$$

On a mesuré dans la direction x les corrélations de $\partial s_x/\partial x$ et $\partial s_x/\partial z$ auxquelles correspondent les échelles intégrales $A_{\partial u/\partial xx}$ et $A_{\partial u/\partial zz}$. Jusqu'au plus haut nombre de Reynolds étudié (25 000), A_{ux} suit avec une bonne approximation une évolution de la forme :

$$\frac{A_{ux}}{d} = \frac{1,67 \cdot 10^3}{Re^+} + 0,286.$$

Toutes les autres échelles sont liées à A_{ux} :

$$\begin{matrix} A_{wx} & = & 0,71 A_{ux} \\ A_{\partial u/\partial xx} & = & 0,65 A_{ux} \\ A_{\partial u/\partial zz} & = & 0,71 A_{ux} \\ A_{uz} & = & 0,04 A_{ux} \\ A_{wz} & = & 0,03 A_{ux} \end{matrix}$$

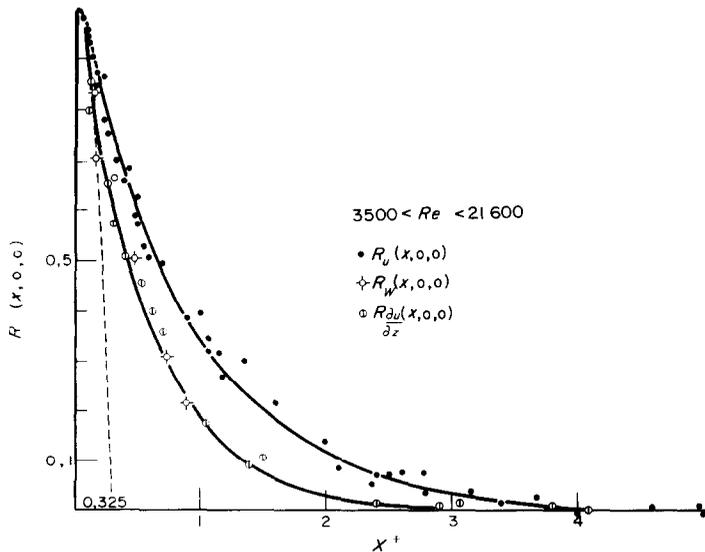


FIG. 6. Evolution des fonctions d'intercorrélation spatiales dans la direction x .

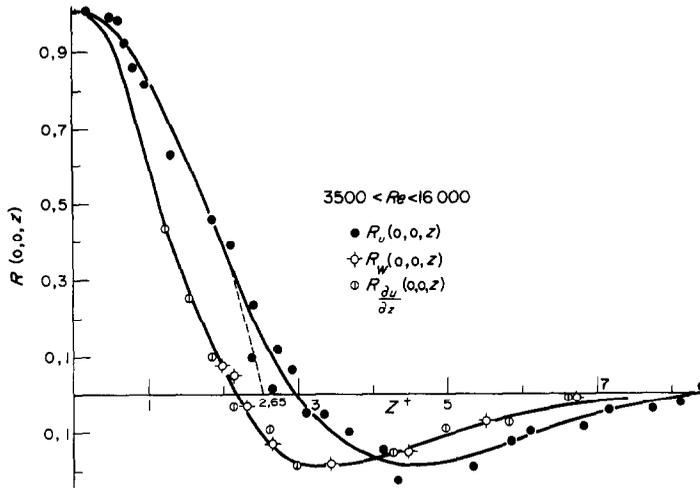


FIG. 7. Evolution des fonctions d'intercorrélation spatiales dans la direction z .

Les Fig. 6 et 7 représentent l'évolution des fonctions d'intercorrélation de s_x , s_z , $\partial s_x / \partial z$ dans les directions respectives x et z , normées les échelles intégrales A_{ux} et A_{uz} . Si l'on effectue une comparaison avec les mesures de Comte-Bellot [16] au sein d'une veine bidimensionnelle on remarque que A_{ux} reste voisin à la paroi de ce qu'il est au centre de la veine. Par contre, A_{wx} augmente d'un ordre de grandeur de dix pour devenir comparable à A_{ux} et inversement, les échelles dans la direction z décroissent d'un ordre de grandeur du centre vers la paroi. Joint au fait que les échelles intégrales ne sont pas liées de façon simple aux paramètres habituels de paroi, cette évolution a tendance à montrer que les fluctuations pariétales dépendent principalement de perturbations dont le centre d'action est éloigné.

Cependant, du fait que les coefficients de corrélation dans la direction transversale passent par des valeurs très nettement négatives, l'échelle intégrale ne caractérise pas les dimensions des plus grandes perturbations. A la paroi, leur longueur d'onde moyenne est de l'ordre de $10 A_{uz}$, c'est-à-dire voisine de A_{uz} au centre de la veine et de $\frac{1}{3} A_{ux}$ à la paroi.

On remarque également sur les Figs. 6 et 7 l'identité des échelles et de l'évolution des coefficients de corrélation de $(\partial s_x / \partial x)$ et s_z qui

ne permettent pas d'infirmer l'existence à un instant donné d'un ordre à longue distance dans la direction transversale, bien que, en valeur moyenne, les fonctions de corrélation s'étendent tout au plus sur une ou deux périodes dans la direction z , que le signal soit filtré ou non.

Des mesures directes de $(\partial s_x / \partial x)'$ et $(\partial s_x / \partial z)'$ ont été effectuées en comparant la valeur quadratique de la différence des signaux obtenus sur deux électrodes identiques espacées dans les directions x et z , à la valeur quadratique moyenne du signal donné par une seule électrode, afin d'éviter les erreurs dues à l'amortissement de la réponse des sondes. Quel que soit le nombre de Reynolds $(\partial s_x / \partial z)^+ = 0,16 \bar{S}_x$ et $(\partial s_x / \partial x)^+ = 1,30 \bar{S}_x$. Il en résulte les valeurs suivantes pour les micro-échelles de s_x et s_z [19]: $\lambda_{ux} = 0,33 A_{ux}$ et $\lambda_{uz} = 2,7 A_{uz}$. Ces valeurs sont en bon accord avec l'allure générale des courbes $R_i(x, y, z)$. L'allongement des petites perturbations dans le sens de l'écoulement, caractérisé à l'aide des micro-échelles est de $\lambda_{ux} / \lambda_{uz} = 3$.

De même les échelles intégrales eulériennes de temps ne sont pas liées aux paramètres de paroi. Les valeurs suivantes ont été déterminées:

$$J_u^+ = 1,2 \quad J_{\partial u / \partial x}^+ = 0,70$$

$$J_w^+ = 0,90 \quad J_{\partial u/\partial z}^+ = 0,87.$$

On peut remarquer que les fréquences et les nombres d'onde des mouvements transversaux sont simultanément plus grands de $\frac{1}{3}$ environ que pour les mouvements longitudinaux. Les mesures de Tritton [20] montrent un comportement semblable pour les fluctuations perpendiculaires à la paroi dans une couche limite turbulente.

5. CORRELATIONS SPATIO-TEMPORELLES ET SPECTRES D'ENERGIE

Les corrélations spatio-temporelles permettent de déterminer plusieurs vitesses moyennes de propagation [21]. En ce qui concerne les mesures, la plus aisée à défaire expérimentalement est le quotient C_x de la distance séparant deux électrodes dans la direction x par le temps de décalage du maximum de la fonction d'intercorrélation. La Fig. 8 représente

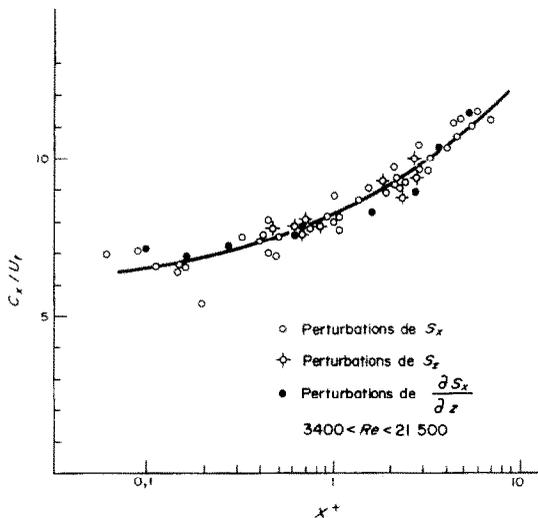


FIG. 8. Evolution de la vitesse de propagation des perturbations en fonction de la distance servant à la déterminer.

l'évolution de C_x rapporté à la vitesse de frottement C_x/U_f en fonction de la distance servant à la déterminer. Contrairement aux résultats obtenus dans les couches limites tur-

bulentes [21], la distance influe considérablement sur la valeur mesurée. La vitesse de convection apparaît identique pour les perturbations de s_x , s_z , et $\partial s_x/\partial x$. On conçoit que les échelles intégrales de ces grandeurs deviennent du même ordre à la paroi et comparable à celle de u au centre de la veine. Les vitesses de convection sont encore identiques si l'on filtre le signal et quelle que soit la bande passante du filtre. Ces résultats s'expliquent en admettant que les perturbations de petit nombre d'onde sont créées par des tourbillons plus importants, plus éloignés de la paroi, possédant une vitesse moyenne supérieure et une durée de vie plus grande. Le fait que la vitesse de convection soit indépendante de la fréquence conduit à penser qu'à une perturbation donnée correspond un ensemble de fréquences harmoniques comme le suggère Legendre [22]. L'hypothèse de Taylor n'est donc pas satisfaite dans la sous-couche visqueuse.

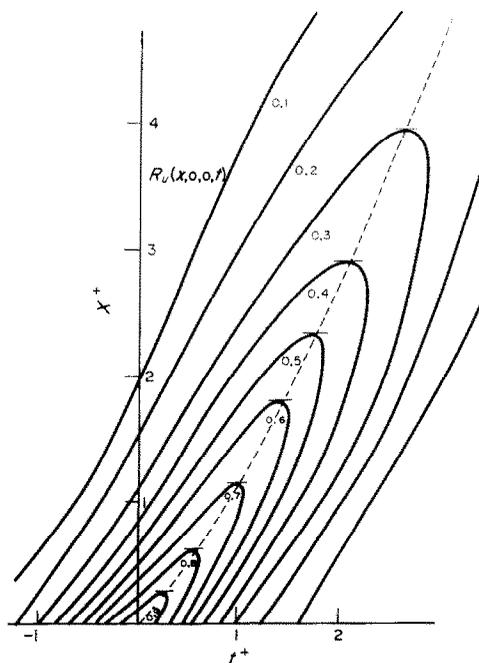


FIG. 9. Fonction d'intercorrélation spatio-temporelle du gradient pariétal de la vitesse U dans la direction x .

Les corrélations spatio-temporelles de s_x et $\partial s/\partial z$ ont été déterminées. Celles relatives à s_x sont représentées sur les Figs. 9 et 10. Seule l'évolution des vitesses de convection dans la

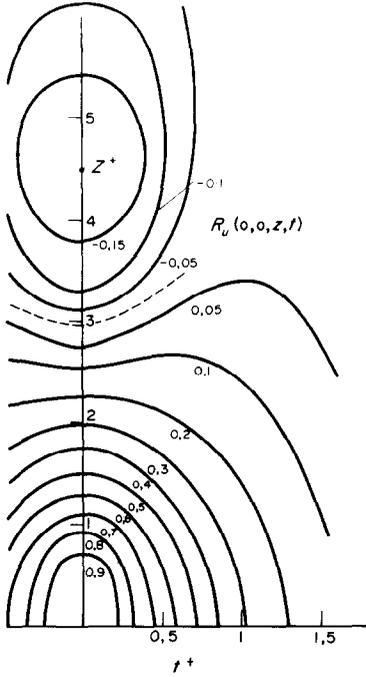


FIG. 10. Fonction d'intercorrélation spatio-temporelle du gradient pariétal de la vitesse U dans la direction z .

direction x peut être comparée dans les corrélations spatio-temporelles de fluctuations pariétales de pression déterminées par Willmarth [23]. Les spectres d'énergie des fluctuations de s_x ont été déduits par une double transformation de Fourier [24] de la forme :

$$\phi(k, \omega) = (2\pi)^{-2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} R(\delta, \tau) \times \exp(ik\delta + i\omega\tau) d\delta d\tau$$

et ont été normées sur deux quadrants de telle sorte que

$$\int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \phi(k, \omega) dk d\omega = 1.$$

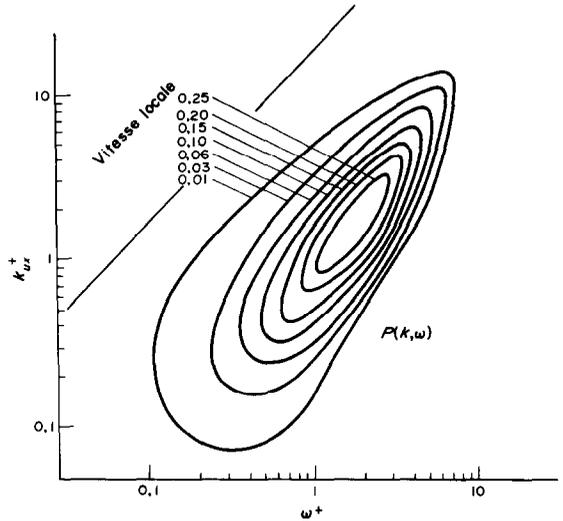


FIG. 11. Spectre d'énergie bidimensionnel des fluctuations du gradient pariétal de la vitesse U dans la direction x .

Les Figs. 11 et 12 représentent les spectres d'énergie en coordonnées logarithmiques $P(k, \omega) = k \omega \phi(k, \omega)$ des fluctuations de S_x . A chaque nombre d'onde et à chaque fréquence est associée sans ambiguïté une vitesse de convection $C_x(\omega, k_{ux}) = \omega/k_{ux}$ et $C_z(\omega, k_{uz}) = \omega/k_{uz}$. Pour les valeurs correspondant au pic d'énergie, l'allongement des perturbations dans le sens longitudinal donné par k_{uz}/k_{ux} est de

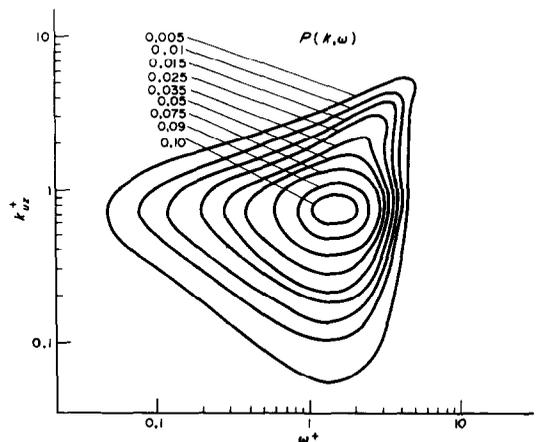


FIG. 12. Spectre d'énergie bidimensionnel des fluctuations du gradient pariétal de la vitesse U dans la direction z .

12,5. Le rapport des vitesses de convection C_x/C_z est voisin de 10. Comme l'indiquent les mesures directes de $Ru(0, 0, z)$ lorsque les signaux s_x sont filtrés, A_{uz} varie peu avec la fréquence et le nombre d'onde correspondant reste centré sur une valeur moyenne $k_{uz}^+ = 0,8$, excepté pour les fréquences élevées. Inversement, le spectre $P(k_{ux}^+, \omega^+)$ montre une évolution continue de k_{ux}^+ en fonction de ω^+ . La sous-couche visqueuse apparaît être le siège d'ondes plus ou moins orientées dans le sens longitudinal suivant que les nombres d'onde k_{ux} sont petits ou grands, et se déplaçant perpendiculairement à leur orientation. Le mouvement peut être interprété comme un sillage induit par la turbulence extérieure, dont l'angle au sommet est d'autant plus petit que le nombre d'onde est petit ou que la vitesse de propagation est grande.

Du fait de la symétrie sur l'axe z , les ondes se déplacent indifféremment sur la droite ou la gauche et pourraient, dans la mesure où le mouvement est permanent en moyenne et cohérent, engendrer des systèmes d'ondes stationnaires. Cependant, les fonctions de corrélation spatiales en fonction de la fréquence

$$Ri(\delta, \omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} Ri(\delta, \tau) e^{i\omega\tau} d\tau$$

sont, quelle que soit la pulsation, qualitativement comparables à celles représentées sur la Fig. 7, aussi bien dans les directions x que z . Le signal ne reste donc cohérent que dans l'intervalle d'une seule période et correspond en moyenne à une vague unique.

Considérons maintenant les fréquences moyennes ou les nombres d'onde moyens tels que :

$$\omega_{\text{moyen}}^+(k^+) = \frac{\int_0^{\infty} \omega^+ P(k^+, \omega^+) d(\log \omega^+)}{\int_0^{\infty} P(k^+, \omega^+) d(\log \omega^+)} \quad \text{et} \quad k_{\text{moyen}}^+(\omega^+) = \frac{\int_0^{\infty} k^+ P(k^+, \omega^+) d(\log k^+)}{\int_0^{\infty} P(k^+, \omega^+) d(\log k^+)}$$

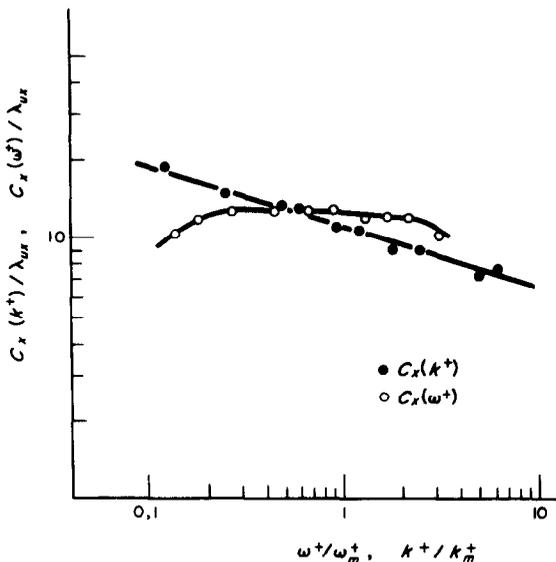


FIG. 13. Evolution des vitesses de convection des perturbations de s_x en fonction du nombre d'onde ou de la fréquence.

Il est aisé de leur associer les vitesses de convection $C_x(k^+) = \omega_{\text{moyen}}^+/k^+$ et $C_x(\omega^+) = \omega^+/k_{\text{moyen}}^+$. Celles-ci sont représentées sur la Fig. 13. On observe une évolution de la vitesse de convection avec le nombre d'onde et aucune évolution avec la fréquence. Celle-ci ne paraît pas un critère suffisant pour caractériser une classe de perturbation. Notons que la vitesse correspondant au pic d'énergie vaut environ $7 U_f$, c'est-à-dire la limite de la vitesse C_x mesurée directement (Fig. 8) lorsque la distance servant à la mesurer tend vers 0 ou encore lorsque la fonction d'intercorrélation porte sur toute l'énergie du signal.

Un spectre d'énergie complet $\psi(k^+, C_x^+) = \phi(k^+, \omega^+) = \phi(k^+, k^+ C_x^+)$ est représenté sur la Fig. 14. Ce spectre n'a pas été normé, et les courbes représentées sont les courbes d'égal

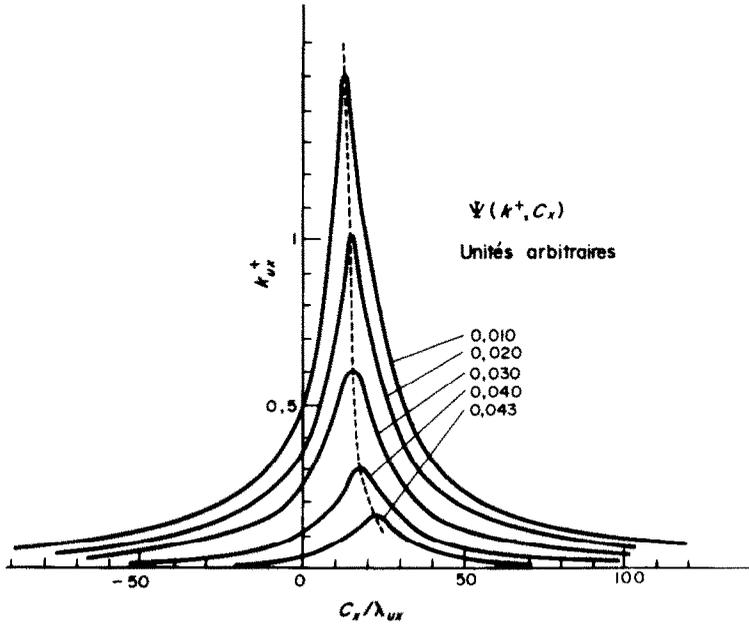


FIG. 14. Spectre d'énergie bidimensionnel des fluctuations de s_x dans la direction x .

énergie du spectre $\phi(k, \omega)$ normé sur deux quadrants. L'énergie associée à des vitesses de convection négative apparaît relativement importante au niveau de la paroi.

Les spectres d'énergie des fluctuations transversales de vitesse n'ont pas été déterminés car on ne disposait pas de sondes en nombre suffisant. Cependant du fait que les vitesses de

convection sont identiques, et les échelles de corrélation voisines, on peut penser qu'ils doivent être qualitativement comparables.

6. CORRELATIONS ENTRE LES COMPOSANTES DE VITESSE

Les fonctions d'intercorrélation locales entre les composantes s_x , s_z et certaines de leurs

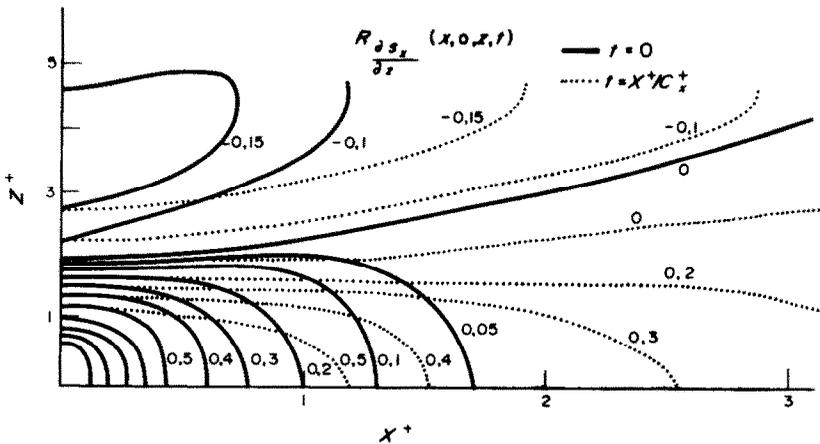


FIG. 15. Carte pariétale des valeurs du coefficient d'intercorrélation de $\partial s_x / \partial z$.

dérivées dans l'espace ont été déterminées. Comme on peut le prévoir par des considérations de symétrie [19], il n'a pas été trouvé de corrélation locale entre s_x et s_z , s_x et $\partial s_x / \partial z$, s_x et $\partial s_z / \partial z$, mais également les fonctions d'intercorrélation entre les valeurs absolues de ces signaux sont indépendantes du temps de décalage. s_x et $\partial s_x / \partial x$ sont fortement covariants, mais leurs signaux filtrés sont en quadrature et $\overline{s_x \cdot (\partial s_x / \partial x)} = 0$. Une importante covariance a été observée entre s_z et $-\partial s_x / \partial z$ qui peut constituer une justification directe du modèle de convection décrit par Bakewell et Lumley [25]. Les signaux ne sont cependant pas en phase et s_z précède $-\partial s_x / \partial z$ de $t^+ = 0,39$, ce qui confirme également l'existence d'un mouvement tourbillonnaire dans le plan xOz . On peut alors penser que ce mouvement de la sous-couche visqueuse correspond à un sillage laissé par une perturbation extérieure qui se déplace très rapidement selon x . L'ensemble des sillages peut donner l'impression d'un mouvement instantané très coordonné comme le montre les visualisations de Kline [8].

La Fig. 15 représente la carte des corrélations pariétales de $\partial s_x / \partial z$ (et probablement de s_z en raison de leur covariance), soit à un instant donné (courbes en traits pleins), soit avec le délai optimum correspondant au déplacement des perturbations depuis la sonde amont jusqu'à la sonde aval (courbes en traits pointillés). Pour un décalage d'abscisse donné, on peut observer une plus grande expansion des perturbations dans la direction z lorsqu'on les considère à un instant donné. Cette observation supporte également l'idée d'un sillage

7. FLUCTUATIONS PERPENDICULAIRES A LA PAROI

Les spectres de turbulence de Bakewell et Lumley [25] montrent que les fluctuations de vitesse longitudinales en fonction de la fréquence sont linéairement dépendants de y pour $1,25 < y^+ < 5,0$. Les valeurs pariétales de s'_x et s'_z sont identiques aux taux de turbulence mesurés sur l'extérieur de la sous-couche. Ces observations

sont tout à fait constantes avec l'existence d'une dépendance linéaire de u et w avec y ainsi que l'ont mis en évidence Popovitch et Hummel [11] pour u .

L'équation de continuité peut alors prendre la forme :

$$\frac{\partial s_x}{\partial x} + \frac{\partial s_z}{\partial z} = -2\beta$$

avec $v = \beta y^2$ et β indépendant de y . Il en résulte

$$\beta' = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial s_x}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial s_z}{\partial z}\right)^2\right]} \text{ car } \frac{\partial s_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial s_z}{\partial z} = 0$$

$(\partial s_x / \partial x)'$ a été déterminé par mesure directe et $(\partial s_z / \partial z)'$ peut être calculé à partir des micro-échelles de s_z . Il en résulte

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial s_x}{\partial x}\right)' &= 1,30 \frac{\bar{S}_x}{A_{ux}} \\ \left(\frac{\partial s_z}{\partial z}\right)' &= 2,05 \frac{\bar{S}_x}{A_{ux}} \end{aligned}$$

et donc :

$$\beta' = 2,43 \frac{\bar{S}_x}{A_{ux}}$$

Cette valeur est environ 4 fois plus importante que ne permet de supposer les extrapolations à la paroi des mesures de Laufer. On remarque d'autre part que $(\partial s_x / \partial x)'$ n'est pas négligeable devant $(\partial s_z / \partial z)'$ et que les vitesses perpendiculaires à la paroi et donc le transfert de masse aux nombres de Schmidt grands sont fonction des fluctuations longitudinales de vitesse, principalement celles de grand nombre d'onde.

L'une des conséquences de l'équation de continuité au voisinage de la paroi, lorsqu'on suppose constants les gradients de vitesse selon Oy , est d'obtenir des contraintes par turbulence nulles.

$$\overline{\frac{\partial s_x}{\partial x} \cdot s_x} + \overline{\frac{\partial s_z}{\partial z} \cdot s_x} = -\overline{2\beta \cdot s_x}$$

L'homogénéité sur x impose $\overline{\partial s_x / \partial x \cdot s_x} = 0$ et

la symétrie sur z entraîne $\overline{\partial s_z / \partial z} \cdot s_x = 0$. La mesure directe des coefficients d'intercorrélations de s_x avec $\partial s_x / \partial x$ et $\partial s_z / \partial z$ par la méthode polarographique qui suppose également l'indépendance de s_x et s_z avec y , confirme ce fait et peut en constituer une justification. Il en résulte que $\overline{u'v'}$ est d'ordre inférieur à $u'v'$. Ceci rejoint les observations [9] faites par visualisation dans la zone $5 < y^+ < 30$ où $\overline{u'v'}$ s'annule pratiquement pour $y^+ = 5$.

CONCLUSION

Les méthodes utilisées pour étudier la sous-couche visqueuse conditionnent fortement les conclusions que l'on est amené à en tirer. La visualisation locale [9] au moyen de particules donne l'impression d'un mouvement chaotique et désordonné jusqu'à la paroi qui n'apparaît pas dans les expériences de photolyse par éclair [11]. Comme le fait remarquer Morrison [7] les visualisations de Kline [8] représentent des effets dûs à la vitesse de convection et aux mouvements secondaires et ne représentent pas les vitesses des particules. L'apparente périodicité cohérente du mouvement dans la direction z n'est retrouvée que sur ou deux périodes dans les mesures décrites ici. Avec le fil chaud Morrison montre l'existence d'une vitesse de convection différente de la vitesse locale, mais la distribution des vitesses de convection est ignorée. La polarographie ne perturbe pas, mais limite les études au voisinage

identique à la précision des mesures près à la paroi et à l'extérieur de la sous-couche.

(2) Les très importantes fluctuations tridimensionnelles de vitesse sont reliées à des fluctuations extérieures de la sous-couche qui se propagent à des vitesses beaucoup plus importantes.

(3) Les contraintes turbulentes sont négligeables.

(4) L'épaisseur de la sous-couche est, d'un ordre de grandeur de dix, inférieure à la longueur d'onde des fluctuations dans la direction z et deux ordres dans la direction x .

Des relations dérivées des équations de Navier-Stokes ont été proposées par Sternberg [4] pour décrire le comportement de la sous-couche visqueuse. Mitchell [26] a montré que les termes de pression qu'elles comportent ne permettent pas de rendre compte des valeurs élevées de u'/\bar{U} en paroi. Si on les néglige également, les fluctuations de la sous-couche visqueuse sont décrites par :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \text{ et les équations homologues.}$$

Des fluctuations de u , v , w ne peuvent alors exister que si les conditions aux limites sont des fonctions du temps ce qui correspond très bien à nos observations. Pour une fluctuation harmonique extérieure à la sous-couche $\langle u(e^+, \omega) \rangle = u(e^+) e^{i\omega t}$, et avec la condition d'adhérence en paroi $\langle u(0, \omega) \rangle = 0$, une solution peut être obtenue sous la forme :

$$\langle u(y^+, \omega) \rangle = u(e^+) \frac{\cos(\alpha y^+) Sh(\alpha y^+) - i \sin(\alpha y^+) Ch(\alpha y^+)}{\cos(\alpha e^+) Sh(\alpha e^+) - i \sin(\alpha e^+) Ch(\alpha e^+)} \text{ avec } \alpha = \sqrt{\frac{\omega \nu}{2U_f}}$$

immédiat de la paroi, zone où les autres méthodes classiques sont inopérantes.

Quatre points essentiels de cette étude permettent d'envisager pour la sous-couche, un mouvement laminaire perturbé.

(1) Le taux de fluctuations locales est

Par rapport à la solution réelle approchée

$$u(y^+, \omega) = u(e^+) \frac{y^+}{e^+}$$

et pour les fréquences auxquelles sont associées le maximum d'énergie; les amortissements et

les déphasages dans toute la sous-couche restent faibles tant que l'on considère que son épaisseur e^+ est inférieure à $y^+ = 5$.

Cette vue est certainement simpliste car l'épaisseur de la sous-couche n'est constante ni dans le temps, ni dans l'espace. On conçoit par exemple que la distribution statistique des vitesses à la frontière de la sous-couche présente deux maximums comme l'ont montré Popovitch et Hummel [10], l'un correspondrait à la turbulence extérieure se déplaçant à la vitesse de convection, l'autre correspondant à cette même turbulence lorsqu'elle est observée à l'intérieur de la sous-couche où les vitesses locales sont affaiblies. Il n'est pas exclu que la création de turbulence soit due à l'interaction entre le mouvement du fluide extérieur à la sous-couche et les ondes d'épaisseur de celle-ci.

REFERENCES

1. A. FAGE et H. C. H. TOWNEND. An examination of turbulent flow with an ultramicroscope, *Proc. R. Soc.* **135A**, 656-677 (1932).
2. C. S. LIN, R. W. MOULTON et G. L. PUTNAM. Mass transfer between solid wall and fluid stream, *Ind. Engng Chem.* **45**, 636-640 (1953).
3. T. J. HANRATTY. Turbulent exchange of mass and momentum with a boundary, *A.I.Ch.E. JI* **2**, 359-362 (1956).
4. J. STERNBERG. A theory for the viscous sublayer of a turbulent flow, *J. Fluid Mech.* **13**, 241-271 (1962).
5. J. KESTIN et P. D. RICHARDSON. *Int. J. Heat Mass Transfer* **6**, 147-148 (1963);
6. M. COANTIC. Remarques sur la structure de la turbulence à proximité d'une paroi—e.t.c. *C. R. Acad. Sci. Paris* **206-II**, 2981 (1965); **264A**, 826, 849, 967 (1967).
7. W. R. B. MORISSON, K. J. BULLOCK et R. E. KRONAUER. Experimental evidence of waves in the sublayer, *J. Fluid Mech.* **47**, 639-656 (1971).
8. S. J. KLINE, W. C. REYNOLDS, F. A. SCHRAUB et P. W. RUNSTADLER. The structure of turbulent boundary layers, *J. Fluid Mech.* **30**, 741-773 (1967).
9. S. J. KLINE. Turbulent boundary layer prediction and structure. Proc. on Flow Research on Blading, Baden, Switzerland (1969).
10. R. CORINO et R. S. BRODKEY. A visual investigation of the wall region in turbulent flow, *J. Fluid Mech.* **37**, 1-29 (1969).
11. J. P. HETTLER. Contribution à l'étude du frottement turbulent des fluides en conduite lisse. Pub. Sci. Tech. Min. Air, n°514 (1965).
12. A. T. POPOVITCH et R. L. HUMMEL. Experimental study of the viscous sublayer in turbulent pipe flow, *A.I.Ch.E. JI* **13**, 854-860 (1967).
13. A. T. POPVITCH. Statistical laws and the viscous sublayer in turbulent flow, *I/EC Fundls* **3**, 609-614 (1969).
14. L. P. REISS, T. J. HANRATTY. An experimental study of the unsteady nature of the viscous sublayer, *A.I.Ch.E. JI* **9**, 154-160 (1963).
15. B. PY et J. GOSSE. Sur la réalisation d'une sonde polarographique sensible à la vitesse et à la direction de l'écoulement, *C.R. Acad. Sci. Paris* **269**, 401-405 (1969).
16. V. C. PATEL et M. R. HEAD. Some observations on skin friction and velocity profiles in fully developed pipe and channel flow, *J. Fluid Mech.* **38**, 181-201 (1969).
17. P. V. VAN SHAW et T. J. HANRATTY. Fluctuations in the local rate of turbulent mass transfer to a pipe wall, *A.I.Ch.E. JI*, **10**, 475-482 (1964).
18. G. COMTE BELLOT. Ecoulement turbulent entre deux parois parallèles, Pub. Sci. Tech. Min. Air, n°419 (1965).
19. J. LAUFER. The structure of turbulence in fully developed pipe flow, NACA Tech. Report n° 1174 (1954).
20. K. K. SIRKAR et T. J. HANRATTY. The limiting behaviour of turbulent transverse velocity component close to a wall, *J. Fluid Mech.* **44**, 605-614 (1970).
21. J. O. HINZE. *Turbulence*, MacGraw-Hill, New York (1959).
22. P. J. TRITTON. Some new correlation measurements in a turbulent boundary layer, *J. Fluid. Mech.* **28**, 439-462 (1967).
23. A. FAVRE, J. GAVIGLIO et R. DUMAS. Structure of velocity space time correlation in a boundary layer, *Physics Fluids, Suppl. S* 138-145 (1967).
24. R. LEGENDRE. Interpretation des mesures de turbulence. Off. Nat. Etudes et Rech. Aerospat. 138, 1-21 (1968).
25. W. W. WILLMARTH et C. E. WOOLDRIGE. Measurement of the fluctuating pressure at the wall, *J. Fluid Mech.* **14**, 187-210 (1962).
26. W. W. WILMARTH et B. J. TU. Structure of turbulence in the boundary layer near the walls, *Physics Fluids Suppl. S* 134-137 (1967).
27. J. A. B. WILLS. On convection velocities in turbulent shear flow *J. Fluid. Mech.* **20**, 417-432 (1964).
28. H. P. BAKEWELL et J. L. LUMLEY. Viscous sublayer and adjacent wall region in turbulent pipe flow, *Physics Fluid* **10**, 1080-1089 (1967).
29. J. E. MITCHELL et T. J. HANRATTY. A study of turbulence at wall using an electrochemical wall shear stress meter, *J. Fluid Mech.* **26**, 199-221 (1966).
30. B. STOCCI. Etude du gradient pariétal de vitesse et de la convection pour un écoulement pulsé autour d'un cylindre, Thèse Doc. Ing. Nancy (1971).
31. G. COGNET. Contribution à l'étude du mouvement de Couette par la méthode polarographique, Thèse-Nancy (1968).

A THREE-DIMENSIONAL STUDY OF THE VISCOUS SUBLAYER IN A CHANNEL FLOW BY MASS TRANSFER MEASUREMENTS

Abstract—Instantaneous surface gradients of the velocities U and W are got without introducing disturbances, by mass transfer measurements at the wall on double micro-electrodes. The longitudinal component $\partial U/\partial y$ is achieved with a compensation of the capacitance effect of the concentration boundary layer. A study of the structure of the viscous sublayer in a two-dimensional channel is carried out from the wall up to $y^+ = 0.6$. Longitudinal and lateral space time correlations with integral and micro-scales have been reached. The root mean squares of the velocity fluctuations in the immediate vicinity of the wall are:

$$u' = 0.30 U_f y^+; w' = 0.115 U_f y^+; v' = 2.43 \frac{v}{A_{ux}} y^{+2}.$$

Convection velocities of disturbances are quite more important than local velocities. They are wave number dependant and shows no dependance with the frequencies and the species of disturbances. Turbulent shear-stress seems negligible. There is some indication that viscous sublayer reacts passively to the adjacent wall region, except, of course, on its external frontier.

UNTERSUCHUNG DER DREIDIMENSIONALEN VISKOSITÄTSGRENZSCHICHT EINER KANALSTRÖMUNG DURCH MESSUNG DES STOFFÜBERGANGS

Zusammenfassung—Instationäre Oberflächengradienten der Geschwindigkeitskomponenten U und W wurden durch Messung des Stoffübergangs an der Wand mit Doppel-Mikro-Elektroden rückkopplungsfrei bestimmt. Die Längskomponente $\partial U/\partial y$ wurde mit Kompensation des Kapazitätseffekts der Konzentrationsgrenzschicht bestimmt. Die Struktur der Viskositätsgrenzschicht wurde in einem zweidimensionalen Kanal ab einem Wandabstand $y^+ = 0,6$ untersucht.

Längs- und Quer-, Raum/Zeit-Korrelationen im Integral- und Mikro-Bereich wurden erhalten. Die Wurzel aus dem Quadrat der Geschwindigkeits-Schwankungen in unmittelbarer Nähe der Wand liefert:

$$u' = 0,30 \cdot U_f \cdot y^+; w' = 0,115 U_f \cdot y^+; v' = 2,43 \frac{v}{A_{ux}} y^{+2}$$

Konvektive Geschwindigkeiten auf Grund von Störungen sind wesentlich grösser als lokale Geschwindigkeiten. Sie sind wellenlängenabhängig und zeigen keine Abhängigkeit von der Frequenz und Art der Störungen. Turbulente Scherspannung scheint vernachlässigbar. Es scheint, dass die Viskositätsgrenzschicht von der viskosen Unterschicht beeinflusst wird, ausgenommen an ihrer äusseren Grenze.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОГО ВЯЗКОГО ПОДСЛОЯ ПРИ ТЕЧЕНИИ В КАНАЛЕ МАССООБМЕННЫМИ МЕТОДАМИ

Аннотация—Получены мгновенные градиенты скорости на поверхности U и W при отсутствии возмущений, путем измерения массообмена у стенки на двохенных микро-электродах. Продольная составляющая $\partial u/\partial y$ получена с помощью компенсации емкостного эффекта концентрационного пограничного слоя. Исследование структуры вязкого подслоя в плоском канале проведено от стенки до $y^+ = 0,6$. Были получены продольные и поперечные пространственно временные корреляции с интегральным масштабом и микромасштабом. Среднеквадратичные значения флуктуации скорости в непосредственной близости стенки следующие:

$$u^1 = 0,30 U_{n,y^+} W^1 = 0,115 U_{n,y^+} v^1 = 2,43 \frac{v}{A_{ux}} y^{+2}$$

Скорости распространения возмущений имеют большее значение, чем локальные скорости. Они зависят от волнового числа и не зависят от частоты и типа возмущений. Турбулентное напряжение сдвига, повидимому, незначительно. Имеются некоторые показания, что вязкий подслой оказывает пассивное действие на пристенную область, за исключением ее внешней границы.